

Rayleigh 仮想摩擦を用いた粘性圧力抵抗簡易推定の可能性について

著者	坪郷 尚, 石伏 平
雑誌名	日本船舶海洋工学会講演会論文集
巻	22
ページ	297-300
発行年	2016-05
その他のタイトル	Estimation method of viscous pressure drag using Rayleigh friction model
URL	http://hdl.handle.net/10466/15735

Rayleigh 仮想摩擦を用いた粘性圧力抵抗 簡易推定の可能性について

正会員 坪郷 尚* 石伏 平**

Estimation method of viscous pressure drag using Rayleigh friction model

by Takashi Tsubogo, Member Taira Ishibushi,

Key Words : Rayleigh Friction, Viscous Drag, Wigley, Series 60, KCS, KVLCC2

1. 緒言

流体を非粘性非回転のポテンシャル流れで取り扱う場合に、粘性等に起因する減衰影響を便宜的に表現するために流体速度に比例する Rayleigh の仮想摩擦モデルを用いることがある。無限流体中の一様流中に物体がおかれた場合、死水モデルを除くと、ポテンシャル流れで取り扱う限り圧力抵抗は発生しないが、Rayleigh の仮想摩擦を仮定すると、計算上、圧力抵抗が発生する。本研究は、これを粘性圧力抵抗の概算に使えないか検討するものである。

提案する手法は、粘性圧力抵抗を非粘性渦なしのポテンシャル流れで概算しようというわけであるから、定量的に満足いく推算は難しく、高々 Kirchhoff の死水モデル程度の抵抗値しか得ることができないと考えられる。しかるに、死水モデルでは剥離位置（あるいは自由流線や死水領域）をあらかじめ既定する必要があったが、Rayleigh の仮想摩擦モデルの場合にはそのような物体形状に起因する影響を既定する必要が無く、また 3 次元問題に容易に拡張できるという利点がある。その代わりに Rayleigh の仮想摩擦係数をどう見積もるかが問題となる。

今回は、滑面平板の境界層厚分の仮想摩擦係数が粘性による平板摩擦係数に等しくなる、ように Rayleigh の仮想摩擦係数を見積もり、これを用いて圧力抵抗を試算する。無限流体中のいくつかの 2 重模型モデルに対して、パネル法による圧力抵抗を試算した結果、俄かには信じがたい結果が得られたため、これを報告し諸兄の御批判を仰ぐ次第である。

2. 粘性圧力抵抗の試算方法

2.1 問題の設定

一定速度 U で前進している船の定常流れについて考える。水深は無限大であり、また水面の変形は考えない。船体の姿勢変化は考慮せず、トリムおよびシンケージは固定とする。Figure

1 は船体に固定された直交座標系 $o-xyz$ を示している。 x 軸は下流方向、 z 軸は静止水面から鉛直上方に設定している。船体固定座標系では、船は x 軸方向に進む速度 U の一様流を受けることになる。

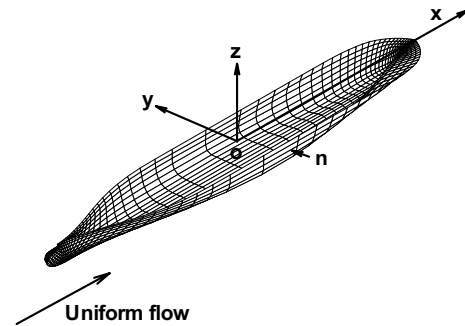


Fig. 1 Coordinate system fixed in advancing ship.

流体は非圧縮、非粘性そして流れは非回転であると仮定する。流体に対する Euler の運動方程式に Rayleigh の流速に比例する摩擦項を付加した方程式は以下のとおりである。

$$\rho \frac{Du_j}{Dt} = -\rho g \delta_{j3} - \nabla_j p - \mu' u_j, \quad u_j = \nabla_j \Phi \quad (1)$$

ここで、 ρ は流体の密度、 D/Dt は実質微分、 u_j は流速、 g は重力加速度、 p は圧力、 μ' は Rayleigh の仮想摩擦係数、 Φ は速度ポテンシャルである。速度ポテンシャル Φ を一様流成分 Ux と船体による攪乱成分 ϕ に分解する。

$$\Phi = Ux + \phi \quad (2)$$

攪乱成分の満足すべき条件は、質量保存則、

$$\nabla^2 \phi = 0 \quad (3)$$

水面鏡像の条件、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = 0 \quad \text{on } z = 0 \quad (4)$$

船体表面条件、

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = -U n_x \quad \text{on } S_B \quad (5)$$

である。ここで、 S_B は水面下の船体表面を表し、物体表面上の単位法線ベクトルは物体内向き（流体から外向き）で n_x はそ

* 大阪府立大学大学院

** ヤンマー株式会社

原稿受付 平成 28 年 3 月 25 日

春季講演会において講演 平成 28 年 5 月 26, 27 日

©日本船舶海洋工学会

の x 成分を表す。これらの条件を満足する ϕ は通常のパネル法で容易に求めることができる (付録参照)。

Euler の運動方程式 (1) は以下のように積分できる。

$$p = -\rho gz - \rho U \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\rho}{2} \nabla_j \phi \nabla_j \phi - \mu' \phi \quad (6)$$

ここで、無限上流での発散を防ぐため、仮想摩擦項の中の一様流成分 Ux は圧力には寄与しない、と仮定した。物体表面上で圧力の一様流方向成分を積分すれば圧力抵抗 R_{vp} を計算できるが、自由表面の無い、無限流体中に置かれた物体周りの流れの場合、($\mu' \rightarrow 0$) ポテンシャル流れではよく知られているようにこの値はゼロになる。しかし、Rayleigh の速度に比例する仮想摩擦の項を考慮すると、物体表面上での一様流方向成分の圧力積分は残差が残る。

$$R_{vp} = \iint_{S_B} p n_x dS = -\mu' \iint_{S_B} \phi n_x dS \quad (7)$$

2.2 Rayleigh 仮想摩擦係数の設定

次に仮想摩擦係数 μ' の値について考える。長さ L の 2 次元平板が、圧力勾配のない状態で平板長さ方向に流れる一様流 U 中に固定されているとする。この場合、ポテンシャル流れでは攪乱成分 ϕ は消えるので、一様流 U による仮想摩擦力 $-\mu'U$ のみを考えることになる。一方、境界層近似を行った粘性流体中では板に沿って境界層が発達する。粘性流体中の板の境界層厚分 $\delta(x)$ だけポテンシャル流中の板近傍で仮想摩擦力が作用すると考えて、境界層厚分の仮想摩擦力の合計が粘性による平板摩擦力に等しくなる、とモデル化を行う。Rayleigh の流速に比例する仮想摩擦力 $-\mu'U$ は単位体積あたりの力であることに注意すると、

$$\frac{1}{2} \rho U^2 L C_f = \mu' U \int_0^L \delta(x) dx \quad (8)$$

ここで、左辺は平板に作用する摩擦力、右辺はこれをポテンシャル流れで置き換えた仮想摩擦力、である。 x は板の先端を原点とした板の長さ方向の座標である。また C_f は平板摩擦係数である。必ずしも合理的なモデルとは言い難いが、仮想摩擦係数 μ' の値を決める必要があるため今回はこのようにして設定することにした。計算を簡略化するために、境界層内の平均速度分布として円管で用いられる $1/n$ 乗則を仮定し、この場合の運動量厚 $\theta(x)$ と境界層厚 $\delta(x)$ との関係、

$$\theta(x) = \frac{n}{(n+1)(n+2)} \delta(x), \quad n = 2 \log_{10} \frac{R_n}{10} \quad (9)$$

を用いることにする。ここで、 R_n は Reynolds 数である。さらに、式 (8) 中の積分を以下のように部分積分の第一項で近似することにする。

$$\begin{aligned} \int_0^L \delta(x) dx &= \frac{(n+1)(n+2)}{n} \int_0^L \theta(x) dx \\ &= \frac{(n+1)(n+2)}{n} \int_0^L \frac{1}{2} x C_f(R_x) dx \end{aligned}$$

$$= \frac{(n+1)(n+2)}{2n} \frac{L^2}{2} C_f(R_n) + \dots \quad (10)$$

ここで、 $R_x = Ux/\nu$ は長さ x の平板に対応する Reynolds 数、 ν は流体の動粘性係数である。これを式 (8) に代入すると μ' の値を決定できる。

$$\frac{\mu' L}{\rho U} \approx \frac{1}{\frac{3}{2} + \frac{n}{2} + \frac{1}{n}} \quad (11)$$

この値は R_n の増加と共に緩やかに減少する。

この平板が、長さ L の船の相当平板であったとすると、仮想摩擦による圧力抵抗 (7) は抵抗係数の形に直して、

$$C_{vp} = \frac{-\mu' \iint_{S_B} \phi n_x dS}{\frac{1}{2} \rho U^2 S_B} = \frac{-\iint_{S_B} \phi n_x dS}{U L S_B} \times \frac{\mu' L}{\rho U} \times 2 \quad (12)$$

ここで、速度ポテンシャルの攪乱成分 ϕ は流速 U に比例するため、

$$-\iint_{S_B} \phi n_x dS / (U L S_B) \quad (13)$$

は R_n やスケールに依存しない船型固有の値となる。Table 1 に、いくつかの船型についてこの値を示す。この数値の大小関係と形状影響係数の大小関係は関連性があるように見える。

式 (9) より n の値は R_n に依存し、式 (11) より μ' の値も R_n に依存することになるが、その影響は電卓で計算できるレベルである。パネル法で 1 回だけ式 (13) の値を計算しておけば、式 (12) により乱流域の様々な R_n に対して見かけ上の圧力抵抗を計算できることになる。

Table 1 Values of $-\iint_{S_B} \phi n_x dS / (U L S_B)$ for some ships

Ship	$-\iint_{S_B} \phi n_x dS / (U L S_B)$	panels
Wigley	$.4068 \times 10^{-3}$	160×18
Series 60, $C_B = 0.6$	$.9128 \times 10^{-3}$	120×20
KCS	$.8031 \times 10^{-3}$	160×30
KVLCC2	2.069×10^{-3}	160×30

3. 仮想圧力抵抗の数値計算例

Wigley 船型, Series 60 ($C_B = 0.6$), KRISO Container Ship (KCS), および KRISO VLCC ver.2 (KVLCC2) について具体的に見かけ上の圧力抵抗 C_{vp} を計算する。以下の表では、過去の文献等との比較のため、摩擦抵抗係数 C_f および造波抵抗係数 C_w も一部計算結果を記している。ここで、摩擦抵抗係数 C_f は Schoenherr の近似式、

$$C_f = \frac{0.463}{(\log_{10} R_n)^{2.6}} \quad (14)$$

を用いて、また造波抵抗係数 C_w については文献¹⁾の方法で計算した。また、各模型船の長さを L 、幅を B 、喫水を $draft$ 、と表記する。

3.1 Wigley 船型

まず、 $L=2.5\text{m}$, $L/B=10$, $B/draft=1.6$, の Wigley 船型について、 $\nu=1.09\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ として計算を行った。Figure 2 は、Wigley 船型の抵抗曲線であり、鎖線は Schoenherr 式による摩擦抵抗、実線はこの摩擦抵抗に仮想圧力抵抗を加えた結果である。印は東京大学 (1983) による計測値 (全抵抗) を表している^{2, 3)}。平板摩擦抵抗に仮想圧力抵抗を加えた結果 (図中の $C_f + C_{vp}$) は、低 F_n 域の計測値に比べ僅かに大きいものの、期待以上の計算結果をはじきだしていることがわかる。

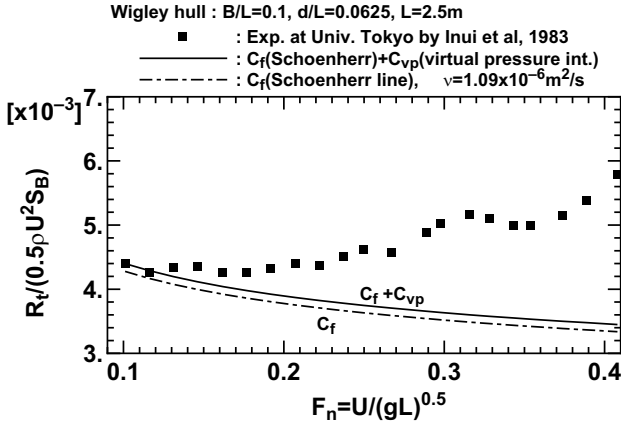


Fig. 2 Measured total resistance^{2, 3)} and present viscous resistance of a standard Wigley hull having $B/L=0.1$

3.2 Series 60, $C_B=0.6$

$L/B=7.5$, $B/draft=2.5$, $C_B=0.6$ の Series 60 船型については、 $L=3.048\text{m}$, $\nu=1.250\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ と $L=4.0\text{m}$, $\nu=1.336\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ の場合について計算した。結果を Table 2 に示す。文献⁴⁾(p.58, Fig. 14) の Fixed Cond. の結果と比べると、平板摩擦抵抗 C_f に仮想圧力抵抗 C_{vp} を加えた結果は、低 F_n 域の計測値よりやや小さい。

Table 2 Present viscous resistance of Series 60 $C_B=0.6$ models

$L=3.048\text{m}$,		$\nu=1.250\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	
F_n	R_n	C_f	$C_{vp} + C_w$
.0847	1.129×10^6	4.290×10^{-3}	$(.275+\text{---})\times 10^{-3}$
.1544	2.058×10^6	3.845×10^{-3}	$(.264+.109)\times 10^{-3}$
.3089	4.118×10^6	3.406×10^{-3}	$(.253+2.334)\times 10^{-3}$
$L=4.0\text{m}$,		$\nu=1.336\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	
F_n	R_n	C_f	$C_{vp} + C_w$
.050	$.9376\times 10^6$	4.443×10^{-3}	$(.278+\text{---})\times 10^{-3}$
.100	1.875×10^6	3.910×10^{-3}	$(.266+.046)\times 10^{-3}$
.160	3.000×10^6	3.597×10^{-3}	$(.258+.120)\times 10^{-3}$
.225	4.219×10^6	3.392×10^{-3}	$(.253+.417)\times 10^{-3}$
.275	5.157×10^6	3.279×10^{-3}	$(.250+1.543)\times 10^{-3}$
.316	5.926×10^6	3.203×10^{-3}	$(.248+2.114)\times 10^{-3}$

3.3 KCS

$L=7.2786\text{m}$ の KCS 船型については、 $\nu=1.139\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ の場合について計算を行い、その結果を Table 3 に示す。比較のために、RaNS コードによる計算結果⁵⁾ および KRISO での計測結果⁶⁾ も併せて示す。 $F_n=.26$ での提案手法による圧力抵抗係数は $C_{vp} + C_w = .90\times 10^{-3}$, 全抵抗係数は $C_f + C_{vp} + C_w = 3.69\times 10^{-3}$ である。

Table 3 Present viscous resistance of a KCS model and results by CFD and EFD

$L=7.2786\text{m}$,		$\nu=1.139\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	
F_n	R_n	C_f	$C_{vp} + C_w$
.05	2.699×10^6	3.664×10^{-3}	$(.229+\text{---})\times 10^{-3}$
.10	5.399×10^6	3.254×10^{-3}	$(.219+.012)\times 10^{-3}$
.26	14.04×10^6	2.785×10^{-3}	$(.208+.695)\times 10^{-3}$
$L=7.2786\text{m}$,		$F_n=.26$,	$R_n=1.4\times 10^7$
	C_T	C_F	C_P
CFD*	3.65×10^{-3}	2.72×10^{-3}	$.93\times 10^{-3}$
Exp.**	3.557×10^{-3}		

* CFX(SVA-AEA), Larsson et al, 2003⁵⁾

** KRISO, Kim et al, 2001⁶⁾

3.4 KVLCC2

$L=5.5172\text{m}$ の KVLCC2 船型については、 $\nu=1.256\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$ の場合について計算を行い、その結果を Table 4 に示す。比較のために、RaNS コードによる計算結果⁵⁾ および KRISO での計測結果⁶⁾ も併せて示す。 $F_n=.1423$ での提案手法による圧力抵抗係数は $C_{vp} + C_w = .75\times 10^{-3}$, 全抵抗係数は $C_f + C_{vp} + C_w = 4.10\times 10^{-3}$ である。

Table 4 Present viscous resistance of a KVLCC2 model and results by CFD and EFD

$L=5.5172\text{m}$,		$\nu=1.256\times 10^{-6}\text{m}^2/\text{s}$	
F_n	R_n	C_f	$C_{vp} + C_w$
.05	1.616×10^6	4.017×10^{-3}	$(.608+\text{---})\times 10^{-3}$
.10	3.231×10^6	3.551×10^{-3}	$(.583+.036)\times 10^{-3}$
.1423	4.598×10^6	3.343×10^{-3}	$(.571+.183)\times 10^{-3}$
$L=5.5172\text{m}$,		$F_n=.1423$,	$R_n=4.6\times 10^6$
	C_T	C_F	C_P
CFD*	4.329×10^{-3}	3.397×10^{-3}	$.932\times 10^{-3}$
Exp.**	4.11×10^{-3}		

* CFX(SVA-AEA), Larsson et al, 2003⁵⁾

** KRISO, Kim et al, 2001⁶⁾

これらの結果から直ちに粘性圧力抵抗が推定可能とは言えないものの、エンジニアリング デザイン ツールとして上手く使えるのではないかと期待させる結果ではある。パネル法を用いた計算のため、計算時間も短く市販の卓上 PC で 1~2 分程度である。必要なパネルも水面下船体表面のみなので、パネル

の準備も比較的簡単である。今回選んだ船型や計算条件がたまたま計算モデルに適合していたのか、他の船型や他の Froude 数ではどうなのか等、今後、更なる調査が必要であろう。

4. 結 言

本報告では、ポテンシャル流れに Rayleigh の仮想摩擦を導入することによって発生する圧力抵抗を、船体の粘性圧力抵抗の概算に使えないかどうか初期的な検討を行った。Rayleigh の仮想摩擦係数は、相当平板に働く粘性摩擦力がその境界層厚相当分の仮想摩擦力に等しくなる、ようにして決定した。提案した手法は、死水モデルと違い予め剥離位置を指定する必要も無く、またポテンシャル流計算のため計算負荷が非常に低い上、形状に依存する部分 (13) は船型に対して 1 回だけ (パネル法で) 計算を行えば良く、Reynolds 数に依存する部分 (11) は別途電卓等で計算できる、など魅力的な点も多い。

Wigley 船型, Series 60, KCS, KVLCC2 に対して仮想圧力抵抗の試算を行った結果、予想を上回る好ましい抵抗値が得られた。船型の相対評価程度の計算しかできないと予想していたものの、さらなる工夫次第では定量評価も可能ではないかと思わせるような試算結果であった。ただし、今回の例では、選んだ船型数が少ない上に、計算した Froude 数も数ケースであるため、提示した結果から判断を下すのは時期早尚と考える。

参 考 文 献

- 1) Tsubogo, T., “Near Field Expression of Ship Wave Resistance by Green’s Theorem”. *Proc ASME 2016 35th Int Conf on Ocean, Offshore and Arctic Eng*, OMAE2016-54896, 2016.
- 2) 17th ITTC Resistance Committee Report, “Cooperative Experiments on Wigley Parabolic Models in Japan”. ITTC, 1983.
- 3) 塩谷茂明, 児玉良明: Wigley 模型周りの自由表面流の数値計算, 西部造船会会報, 90, pp. 43–56, 1995.
- 4) 18th ITTC, “Report of the Resistance and Flow Committee”. *Proc Vol 1 of 18th ITTC*, ITTC, 1987.

- 5) Larsson, L., Stern, F., and Bertram, V., “Benchmarking of Computational Fluid Dynamics for Ship Flows: The Gothenburg 2000 Workshop”. *J. Ship Research*, 47(1), pp. 63–81, 2003.
- 6) Kim, W. J., Van, S. H., and Kim, D. H., “Measurement of Flows Around Modern Commercial Ship Models”. *Experiments in Fluids*, 31, Springer-Verlag, pp. 567–578, 2001.

付 録

Laplace の式と水面鏡像の条件を満足する ϕ は以下のようにおける。

$$\phi(P) = \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \sigma(Q) \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} \right) dS_Q \quad (A1)$$

$$r = \sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z - z_Q)^2} \quad (A2)$$

$$r_1 = \sqrt{(x - x_Q)^2 + (y - y_Q)^2 + (z + z_Q)^2} \quad (A3)$$

ここで、点 Q は船体表面 S_B 上の吸込み点を表す。吸込み分布 $\sigma(Q)$ は船体表面条件 (5) から導かれる以下の境界積分方程式を解くことにより求めることができる。

$$-Un_x(P) = \frac{\sigma(P)}{2} + \frac{1}{4\pi} \iint_{S_B} \sigma(Q) \frac{\partial}{\partial n_P} \left(\frac{1}{r} + \frac{1}{r_1} \right) dS_Q \quad (A4)$$

ここで、物体表面上の単位法線ベクトルは物体内向き (流体から外向き) で n_x はその x 成分を表す。